

2009/07/07

学年	学科	学籍番号	氏名

中心の位置座標が(0, 0, 0)にある楕円面がある。その方程式は $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} + \frac{z^2}{3^2} = 1$ である。この楕円面を、始点が(0, 0, 8), 終点が(0, 0, 7)である視線で見ている。このとき、視線と楕円面が交差するかどうかを、幾何学的ではなく、計算によって求めよ。交差する場合は交点の座標も求めよ。答えは該当する回答欄に記入のこと。答は無理数, 分数のまま求め, 無理数は有理化せよ。

- ① 与えられた楕円面の中心を原点とする座標系での方程式を, 二次形式で表現することを考える。与えられた楕円面を表す 3×3 係数行列を M , 楕円面上の点を $\vec{P}$ としたとき, 楕円面は二次形式 ${}^T \vec{P} M \vec{P} = 1$ と表される。このとき, 3×3 係数行列 M を右の回答欄に記せ。

$$M = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

- ② 視線の始点の位置ベクトルを $\vec{P}_E$, 視線の方向余弦ベクトルを $\vec{E}$,

$\vec{P}_E$ からの距離を t としたとき, 視線を表す直線の方程式 $\vec{P} = t\vec{E} + \vec{P}_E$ で与えられる。ベクトル $\vec{E}$, $\vec{P}_E$ の成分を定数で右の回答欄に記せ。

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}, \quad \vec{P}_E = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

- ③ 上記① ${}^T \vec{P} M \vec{P} = 1$ と② $\vec{P} = t\vec{E} + \vec{P}_E$ を連立させて t に関する二次方程式 $at^2 + 2bt + c = 0$ の係数 a, b, c , およびその判別式 D を求め, それぞれ該当する回答欄に記せ。ただし, 無理数, 分数で答えよ。無理数は有理化せよ。

a	b	c	D

- ④ 上記③の t に関する二次方程式を解いて, 視線と楕円面が交差するかどうかを求め, 回答せよ。
- 回答欄の「交差」欄には, 交差「する」か「しない」か, いずれか一方を記せ。視線と楕円面が接している場合は, 交差しているとせよ。
 - 交差する場合は, 視線の始点から交点までの距離 t , 交点の座標(x_i, y_i, z_i)を求めよ。
 - 交差しない場合は, その理由を下の「理由」欄に記せ。このとき, 回答欄の距離 t や交点に回答を記してはならない。

交差	t		
x_i	y_i	z_i	
理由			