■公理：Axiom
理論の土台となる約束事。前提事項。
（証明の必要は無い。）
■定義：Definition
新しく導入する述語や単語の正確な意味を定めること
■定理：Theorem
成り立つことが証明済みの命題で､特に重要であるもの。
（公理から真であることが導き出される）
■系：Corollary
定理、命題、補題から直ちに成り立つことが証明される命題。

公理 1(論理値)

ある論理変数Xの値（論理値）は、"0"か"1"のいずれかである。

$X=0$または$X=1$

公理 2(NOT)

"0"の NOT は"1"、"1"の NOT は"0"である。

$\bar{0}=1$

$\bar{1}=0$

公理 3(AND)

"1"どうしの AND だけが"1"であり､外の 3 通りの組み合わせの AND は"0"である。

$0\cdot 0=0$

$0\cdot 1=0$

$1\cdot 0=0$

$1\cdot 1=1$

公理 4(OR)

"0"どうしの OR だけが"0"であり、外の 3 通りの組み合わせの OR は"1"である。

$0+0=0$

$0+1=1$

$1+0=1$

$1+1=1$

定理 1.1(双対性)

論理式 P、Q において P=Q である（P と Q が同値である、恒等である）ならば、P^d=Q^d である（P^d と Q^d が同値である)。

定理 1.2

論理変数 X の値とは無関係に、それと"0"との AND は"0"、"l"との OR は"1"である。

$X\cdot 0=0$

$X+1=1$

定理 1.3（2 値の存在）

ある論理変数 X に対して、式 1.13 と式 1.14 とのそれぞれを満たす論理値"0"と"1"が一意に存在する。

$X\cdot 1=X$ (1.13)

$X+0=X$ (1.14)

定理 1.4（同一則、ベキ等則）

変数 X どうしの AND、および、OR は、ともに X である。

$X\cdot X=X$

$X+X=X$

系 1.5

定理 1.4 を多項演算に拡張することができる。複数の同じ変数 X どうしの AND や OR は X そのものである。

$X\cdot X\cdot\cdots\cdot X=X$

$X+X+\cdots+X=X$

定理 1.6（相補則）

ある変数 X とその否定（NOT）$\bar{X}$との AND は"0"、OR は"1"である。

$X\cdot\bar{X}=0$

$X+\bar{X}=1$

定理 1.7（2 重否定）

変数 X の否定の否定は X そのものである。

$\overline{\overline{X}} = X$

定理 1.8（交換則）

2 項論理演算においては、それぞれの演算記号の左右にある 2 項を入れ替えても（交換しても）同値である。

$X \cdot Y = Y \cdot X$

$X + Y = Y + X$

定理 1.9（結合則）

3 項論理演算においては、並び順で前の 2 項演算を先にしても、後の 2 項演算を先にしても、同値である。

$(X \cdot Y) \cdot Z = Y \cdot (X \cdot Z)$

$(X + Y) + Z = Y + (X + Z)$

定理 1.10（分配則）

$X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$

$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$

定理 1.11（吸収則）

$X + (X \cdot Y) = X$

$X \cdot (X + Y) = X$

系 1.12

$X + (\bar{X} \cdot Y) = X + Y$

$X \cdot (\bar{X} + Y) = X \cdot Y$

定理 1.13（ド・モルガンの定理）

$\overline{X \cdot Y} = \bar{X} + \bar{Y}$

$\overline{X + Y} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$

系 1.14

$\overline{(X_1 \cdot X_2 \cdot \cdots \cdot X_n)} = \overline{X_1} + \overline{X_2} + \cdots + \overline{X_n}$

$\overline{(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)} = \overline{X_1} \cdot \overline{X_2} \cdot \cdots \cdot \overline{X_n}$

系 1.15

$X \cdot Y = \overline{\overline{Y} + \overline{X}}$

$X + Y = \overline{\overline{Y} \cdot \overline{X}}$

定理 1.16（拡張されたド・モルガンの定理）

n 変数論理関数 L を

$L = f(X_1, \overline{X_1}, X_2, \overline{X_2}, \cdots, X_n, \overline{X_n}, \cdot, +)$

と形式的に表すと、L の否定（NOT）である$\bar{L}$は、L のうちの、変数X_1と$\overline{X_1}$を入れ替え、演算記号の・（AND）と+（OR）を入れ替えて、

$L = f(\overline{X_1}, X_1, \overline{X_2}, X_2, \cdots, \overline{X_n}, X_n, +, \cdot)$

と形式的に表される。このとき、次が成り立つ。

$f(X_1, \overline{X_1}, X_2, \overline{X_2}, \cdots, X_n, \overline{X_n}, \cdot, +)$

$= \overline{f(\overline{X_1}, X_1, \overline{X_2}, X_2, \cdots, \overline{X_n}, X_n, +, \cdot)}$

定理 1.17

$X_i \cdot f(X_1, \cdots, X_i, \cdots, X_n) = X_i \cdot f(X_1, \cdots, 1, \cdots, X_n)$

$X_i + f(X_1, \cdots, X_i, \cdots, X_n) = X_i + f(X_1, \cdots, 0, \cdots, X_n)$

定理 1.18（シャノンの展開定理）

$$\begin{aligned} f(X_1, \cdots, X_i, \cdots, X_n) &= \left(X_i \cdot f(X_1, \cdots, 1, \cdots, X_n)\right) \\ &+ \left(\bar{X_i} \cdot f(X_1, \cdots, 0, \cdots, X_n)\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(X_1, \cdots, X_i, \cdots, X_n) &= \left(X_i + f(X_1, \cdots, 0, \cdots, X_n)\right) \\ &+ \left(\bar{X_i} + f(X_1, \cdots, 1, \cdots, X_n)\right) \end{aligned}$$